

**Министерство образования Российской Федерации  
УФИМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АВИАЦИОННЫЙ  
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**

**ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНА СОХРАНЕНИЯ МОМЕНТА  
ИМПУЛЬСА С ПОМОЩЬЮ ГИРОСКОПА  
И ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ ЕГО ПРЕЦЕССИИ**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

**к лабораторной работе № 15  
по курсу общей физики**

**Уфа 2004**

Министерство образования Российской Федерации  
УФИМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АВИАЦИОННЫЙ  
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
Кафедра общей физики

ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНА СОХРАНЕНИЯ МОМЕНТА  
ИМПУЛЬСА С ПОМОЩЬЮ ГИРОСКОПА  
И ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ ЕГО ПРЕЦЕССИИ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к лабораторной работе № 15  
по курсу общей физики

Уфа 2004

Составитель В. Д. Ситдиков

УДК 531.383 (07)

ББК 22.213 (Я7)

Изучение закона сохранения момента импульса с помощью гироскопа и определение скорости его прецессии: Методические указания к лабораторной работе № 15 по курсу общей физики / Уфимск. гос. авиац. техн. ун-т; Сост. В.Д. Ситдиков. – Уфа, 2004. – 11 с.

В лабораторной работе определяются скорость прецессии гироскопа, момент инерции и момент импульса гироскопа. Излагается теория метода, описывается установка, указывается порядок выполнения и обработки результатов измерений.

Предназначены для студентов технических вузов, выполняющих физический практикум по разделу «Физические основы механики».

Табл. 2. Ил. 3. Библиогр.: 4 назв.

Рецензенты: Осипов В.С.  
Иванов М.П.

©Уфимский государственный  
авиационный технический университет, 2004

Составитель СИТДИКОВ Виль Даянович

ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНА СОХРАНЕНИЯ МОМЕНТА  
ИМПУЛЬСА С ПОМОЩЬЮ ГИРОСКОПА  
И ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ ЕГО ПРЕЦЕССИИ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к лабораторной работе № 15  
по курсу общей физики

Подписано в печать 04.06.2004. Формат 60x84 1/16  
Бумага офсетная. Печать плоская. Гарнитура Таймс. Усл. печ. л. 0,7.  
Усл. кр.- отт. 0,7. Уч. – изд.л. 0,6.  
Тираж 300 экз. Заказ №  
Уфимский государственный авиационный технический университет  
Центр оперативной полиграфии УГАТУ  
450000, Уфа-центр, ул. К. Маркса, 12

## Содержание

1. Цель работы.....	4
2. Теоретическая часть.....	4
2.1. Закон сохранения момента импульса.....	4
2.2. Гироскоп.....	6
3. Теория метода.....	8
4. Устройство и принцип работы установки.....	9
5. Требования по технике безопасности.....	10
6. Подготовка прибора к работе.....	10
7. Порядок выполнения работы.....	10
8. Контрольные вопросы.....	12
Список литературы.....	12

## Лабораторная работа № 15

### Изучение закона сохранения момента импульса с помощью гироскопа и определение скорости его прецессии

#### 1. Цель работы

1.1. Изучение гироскопического эффекта и закона сохранения момента импульса с помощью гироскопа.

1.2. Определение скорости прецессии гироскопа, измерение угловой скорости вращения маховика гироскопа и момента инерции гироскопа.

#### 2. Теоретическая часть

##### 2.1. Закон сохранения момента импульса

Моментом силы  $\vec{F}$  относительно точки  $O$  называется векторное произведение радиуса-вектора  $\vec{r}$ , проведенного из точки  $O$  в точку  $N$  приложения силы, на силу  $\vec{F}$  (рис.1):

$$\vec{M} = [\vec{r}\vec{F}]. \quad (2.1)$$

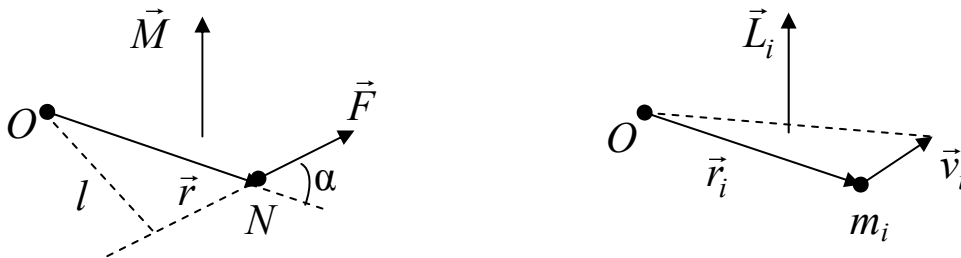


Рис. 1

Вектор  $\vec{M}$  перпендикулярен плоскости в которой лежат вектора  $\vec{F}$  и  $\vec{r}$ , направление которого определяется по правилу правого винта. Модуль момента силы равен

$$M = F r \sin \alpha = Fl, \quad (2.2)$$

где  $\alpha$  – угол между векторами  $\vec{r}$  и  $\vec{F}$ , а  $l = r \sin \alpha$  называют плечом силы, которое представляет собой отрезок перпендикуляра, опущенного из точки  $O$  на линию действия силы.

Моментом импульса  $\vec{L}_i$  материальной точки относительно точки  $O$  называется векторное произведение радиуса – вектора  $\vec{r}_i$

материальной точки, проведенного к ней из точки  $O$ , на импульс этой материальной точки  $\vec{p}_i = m_i \vec{v}_i$  (рис. 1):

$$\vec{L}_i = [\vec{r}_i m_i \vec{v}_i] = [\vec{r}_i \vec{p}_i]. \quad (2.3)$$

Моментом импульса механической системы относительно точки  $O$  называется вектор  $\vec{L}$ , равный сумме моментов импульса относительно той же точки всех материальных точек системы:

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^n [\vec{r}_i \vec{p}_i]. \quad (2.4)$$

При вращательном движении тела, каждая материальная точка тела массой  $m_i$  движется по окружности радиуса  $r_i$  со скоростью  $\vec{v}_i = [\vec{\omega} \vec{r}_i]$ , где  $\vec{\omega}$  – угловая скорость вращения, одинаковая для всех материальных точек тела. Поэтому момент импульса тела относительно оси вращения равен:

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^n [\vec{r}_i m_i [\vec{\omega} \vec{r}_i]] = \left( \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 \right) \vec{\omega} = I \vec{\omega}, \quad (2.5)$$

где

$$I = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2. \quad (2.6)$$

Произведение массы материальной точки на квадрат расстояния ее до некоторой оси называют моментом инерции этой материальной точки относительно указанной оси:

$$I_i = m_i r_i^2, \quad (2.7)$$

а величину  $I$ , равную сумме моментов инерции всех материальных точек, из которого состоит тело, называют моментом инерции тела относительно данной оси.

Основной закон динамики вращательного движения твердого тела утверждает, что:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}, \quad (2.8)$$

где  $\vec{M}$  – сумма моментов внешних сил, действующих на тело.

Для замкнутой системы тел выполняется закон сохранения момента импульса, согласно которому импульс замкнутой системы с течением времени остается постоянным.

Наряду с законами сохранения импульса и энергии, закон сохранения момента импульса является одним из фундаментальных законов физики, имеющих большое практическое значение. Справедливость этого закона можно проверить с помощью гироскопа.

## 2.2. Гироскоп

Гироскопом называется быстро вращающееся тело, ось вращения которого может изменять своё положение в пространстве. Обычно одна из точек оси гироскопа бывает закреплена, её называют точкой опоры гироскопа.

Гироскоп называется свободным, если момент внешних сил равен нулю ( $\vec{M} = 0$ ) и если его центр масс совпадает с точкой опоры. Наибольшее значение в науке и технике имеют симметричные гироскопы, обладающие симметрией вращения относительно некоторой оси, называемой геометрической осью гироскопа или осью симметрии гироскопа.

При равенстве нулю момента внешних сил момент импульса гироскопа остается неизменным. Таким образом, если привести гироскоп в быстрое вращение относительно его оси симметрии, то ось гироскопа не должна менять своего положения в пространстве.

Гироскоп состоит из ротора (тела гироскопа, вращающегося относительно его оси симметрии) и системы колец, называемых кардановым подвесом. Карданов подвес позволяет расположить ротор гироскопа так, что его ось может принимать любое положение в пространстве.

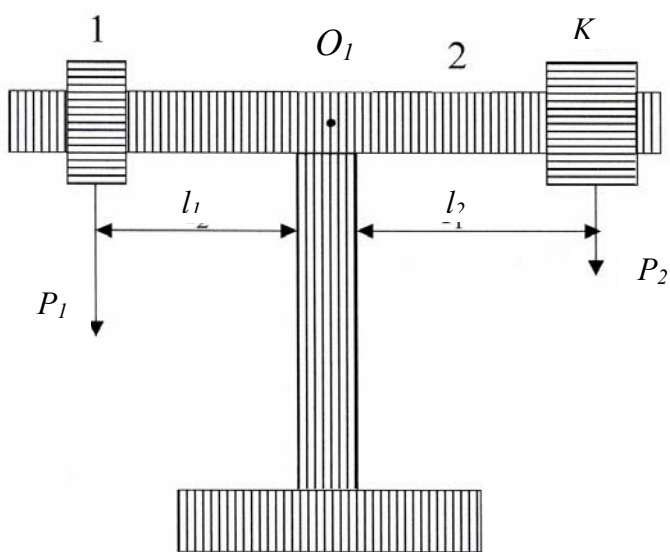


Рис. 2

Ротор 1 закреплён на стержне 2, который может вращаться в горизонтальной и вертикальной плоскостях (рис. 2). Для того, чтобы центр тяжести устройства совпадал с точкой опоры  $O_1$ , на противоположном конце стержня имеется противовес в виде груза  $K$ , который можно перемещать вдоль стержня.

Если на этой установке



уравновесить гироскоп противовесом  $K$ , то результирующий момент сил, действующих на систему, будет равен нулю, т.е.:

$$P_1 l_1 = P_2 l_2, \quad (2.9)$$

где  $P_1$  – сила тяжести ротора относительно оси гироскопа,  $P_2$  – сила тяжести противовеса.

Гироскоп обладает постоянным моментом количества движения  $L$ , совпадающим по направлению с угловой скоростью. Таким образом, при отсутствии момента внешних сил гироскоп сохраняет положение своей оси в пространстве.

Если передвинуть противовес на небольшое расстояние от положения равновесия, то центр тяжести системы переместится в точку  $O_2$  (рис. 3). Равновесие при нарушится и ось гироскопа наклонится на угол  $\varphi$ .

Из уравнения динамики вращательного движения (2.8) следует,

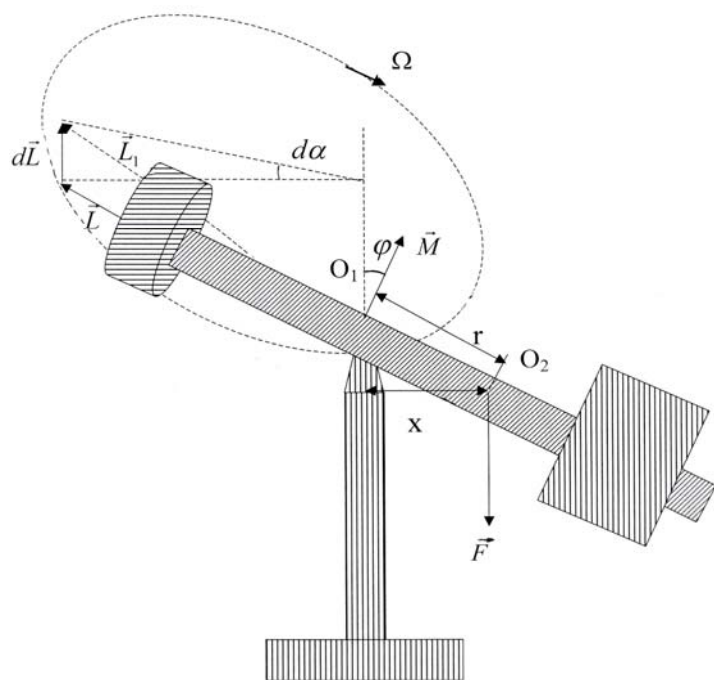


Рис. 3

что изменение момента количества движения  $d\vec{L}$  за время  $dt$  совпадает по направлению с вектором  $\vec{M}$ . По прошествии времени  $dt$  момент импульса гироскопа станет равным  $\vec{L}_1 = \vec{L} + d\vec{L}$ .

Это означает, что ось гироскопа изменит своё положение в пространстве, повернувшись за время  $dt$  на угол  $d\alpha$ . За следующий промежуток времени  $dt$  снова произойдёт изменение момента количества

движения на величину  $d\vec{L}$  и т.д. В результате ось гироскопа будет непрерывно вращаться с некоторой угловой скоростью  $\Omega$ . Такое движение называется процессией. Величина

$$\Omega = \frac{d\alpha}{dt} \quad (2.10)$$

называется угловой скоростью процессии. Из рис. 3 видно, что  $dL = Ld\alpha$ , поэтому уравнение (2.8) можно записать в виде

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{L} \frac{d\alpha}{dt} = \vec{L} \cdot \vec{\Omega} = \vec{M} \quad (2.11)$$

следовательно:

$$\Omega = \frac{M}{L} = \frac{M}{I\omega}. \quad (2.12)$$

Таким образом, угловая скорость вращения гироскопа относительно вертикальной оси (угловая скорость процессии) прямо пропорциональна моменту силы  $\vec{M}$  и обратно пропорциональна моменту импульса  $\vec{L}$ .

В общем случае связь между  $\vec{M}$ ,  $\vec{L}$  и  $\vec{\Omega}$  выражается уравнением:

$$\vec{M} = [\vec{\Omega}, \vec{L}]. \quad (2.13)$$

### 3. Теория метода

Если установить определённую угловую скорость вращения гироскопа, а затем переместить груз массой  $m$  на расстояние  $r$  от положения равновесия, то возникает момент внешних сил  $M = mgr$ , который заставляет гироскоп вращаться в горизонтальной плоскости. За небольшой промежуток времени гироскоп повернётся на некоторый угол  $d\alpha$ , который можно узнать по показаниям индикатора правой панели прибора (в радианах).

Уравнение (2.11) с учётом (2.8) можно записать в виде:

$$L \frac{d\alpha}{dt} = M = mgr, \quad (3.1)$$

тогда

$$L = \frac{mgr}{\frac{d\alpha}{dt}}, \quad (3.2)$$

где  $L=I \omega$  – момент количества движения ротора гироскопа,  $I$  – момент инерции ротора гироскопа относительно его оси симметрии, а  $\omega$  – угловая скорость вращения ротора гироскопа относительно оси симметрии.

Таким образом, момент инерции гироскопа:

$$I = \frac{mgr}{\omega \frac{d\alpha}{dt}} = \frac{mgr}{\omega \Omega}. \quad (3.3)$$

Из (3.3) следует, что с увеличением угловой скорости вращения гироскопа  $\vec{\omega}$  угловая скорость процессии уменьшается. Если скорость вращения диска постоянна ( $\vec{\omega} = \text{const}$ ), то отношение  $\frac{mgr}{\Omega}$  есть величина постоянная.

#### 4. Устройство и принцип работы установки

Используемый в данной работе гироскоп, схематично изображен на рис. 4 и состоит из основания 1, корпуса 2 в котором установлен вал с коллектором, с узлом подшипников, вилки 3, закрепленную на валу и предназначенную для крепления гироскопической системы, лимба 4 и фотодатчиков 5, 6.

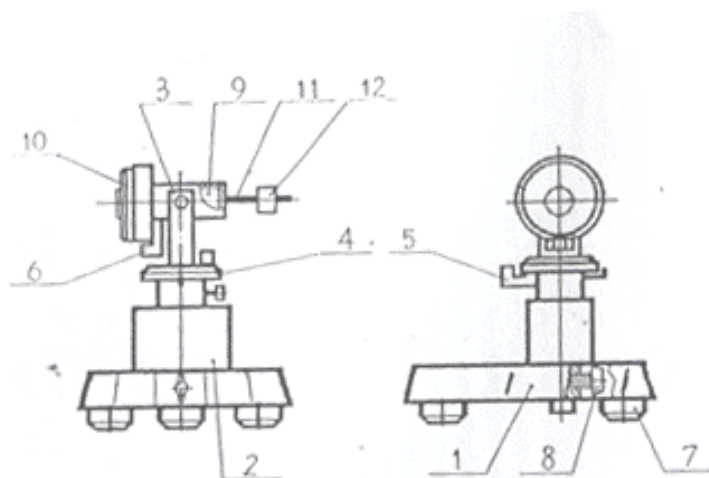


Рис. 4.

Основание 1 снабжено тремя регулирующими опорами 7 и зажимом 8 для фиксации корпуса 2. Лимб предназначен для определения угла поворота гироскопической системы во время прецессирования. Гироскопическая система состоит из электродвигателя 9 с диском 10 (маховиком), стержня 11 и противовеса 12.

Стержень 11 предназначен для создания свободной уравновешенной системы относительно горизонтальной оси, а

противовес 12 для создания момента внешних сил, вызывающих прецессию гироскопа. Фотодатчик 5 предназначен для выдачи сигналов при измерении скорости прецессии, а фотодатчик 6 для выдачи сигналов при измерении скорости вращения маховика гироскопа.

## **5. Требования по технике безопасности**

1. К работе с установкой допускаются только лица, ознакомленные с её устройством, принципом действия и мерами безопасности в соответствии с требованиями, приведёнными в настоящем разделе.

2. Для обеспечения нормальной работы установки и предотвращения выхода из строя фотодатчика подключение установки к электронному блоку производить строго в соответствии с описанием, приведенном в разделе 4.

3. Для предотвращения опрокидывания установки необходимо располагать её только на горизонтальной поверхности.

## **6. Подготовка прибора к работе**

1. Установить прибор строго горизонтально.

2. Перемещая груз по стержню, уравновесить гироскоп.

3. Включить прибор в сеть и нажать кнопку «СЕТЬ» блока.

4. Вращая ручку регулятора угловой скорости (гироскоп), убедиться, что гироскоп в уравновешенном состоянии не вращается вокруг вертикальной оси  $Z$ .

Для более точного проведения экспериментов одновременно (с очень коротким промежутком) нажать кнопки «СЕТЬ» и «СБРОС».

## **7. Порядок выполнения работы**

7.1. Изучение закона сохранения момента импульса и вычисление момента инерции  $I$  гироскопа

1. Вращая ручкой <гироскоп> установить частоту  $\nu = 40 \div 42$  и для различных смещений груза по стержню ( $r = 1, 2$  и  $3$  см) снять показания  $\Omega$  по три раза для каждого смещения  $r$ .

2. Для каждого случая по формуле  $L = \frac{mgr}{\Omega}$  вычислить момент импульса гироскопа, приняв массу груза равной  $m=(0,135 \pm 0,001)$  кг.

Сравнить и найти  $L_{\text{ср.}} = \frac{\sum_{\kappa=1}^n L_{\kappa}}{K}$ .

3. Найти  $I = \frac{mgr}{\Omega\omega}$ . Рассчитать погрешности, используя точность измерений прибора:  
 относительная погрешность измерения скорости прецессии 0,02 %;  
 относительная погрешность измерения скорости оборотов 2,5 %.

4. Данные занести в табл. 7.1.

Таблица 7.1

$m$ , кг	$\nu$ , Гц	$\Omega$ , рад/с			$L$ , кг·м <sup>2</sup> /с			$L_{\text{ср.}}$ , кг·м <sup>2</sup> /с	$I$ , кг·м <sup>2</sup>	$\Delta I$ , кг·м <sup>2</sup>	$\Delta L$ , кг·м <sup>2</sup> /с
		$r_1$ , м	$r_2$ , м	$r_3$ , м	$r_1$ , м	$r_2$ , м	$r_3$ , м				

7.2. Исследование зависимости угловой скорости процессии от угловой скорости вращения гироскопа

1. При постоянном смещении груза  $r = 1,5$  см, изменять частоту оборотов: 35, 40, 45, 50.

2. Для каждой из частот измерить угловую скорость процессии  $\Omega = \frac{d\alpha}{dt}$  по три раза. Данные занести в табл. 7.2.

3. Построить график зависимости угловой скорости процессии от угловой скорости вращения гироскопа  $\Omega = f(\omega)$ .

4. Сравнить полученную зависимость с теоретической:

$$\Omega_{\text{теор.}} = \frac{mgr}{I\omega} = \frac{\text{const}}{\omega}.$$

5. Выводы.

Таблица 7.2

$\nu$ , Гц	$\Omega$ , рад/с	$\Omega_{\text{теор}}$ , рад/с
35		
40		
45		
50		

## 8. Контрольные вопросы

1. Что называется моментом силы, моментом импульса тела, моментом инерции тела?
2. Сформулировать закон сохранения и изменение момента импульса.
3. Что называется гироскопом? Какой гироскоп называется свободным?
4. Как ведёт себя гироскоп при суммарном моменте сил действующим на него равном нулю и как если он отличен от нуля?
5. Что называется процессией гироскопа?
6. Фигурист держит руки горизонтально и вращается вокруг своей оси. Что произойдет со скоростью вращения, если он опустит руки? Ответ обоснуйте.
7. Зависит ли момент инерции несимметричного однородного тела относительно некоторой оси от его ориентации вокруг нее?

## Список литературы

1. Савельев И.В. Курс общей физики, Т. 1. – М.: Наука, 1989. – С.112–116.
2. Сивухин Д.В. Общий курс физики, Т.1. – М.: Наука, 1989. – С.263.
3. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики. – М.: Высшая школа, 1989. – С.65.
4. Трофимова Т.И. Курс физики. – М.: Высшая школа, 1990. – С. 41–43.